



SOAL DAN PEMBAHASAN SANTO PETRUS SIDIKALANG 2025

BIDANG STUDI : MATEMATIKA
TINGKAT : SMP
JUMLAH SOAL : 30 SOAL PILIHAN BERGANDA

BILANGAN PRIMA – MUDAH

1. Diberikan bilangan prima p dan q yang memenuhi $p + 5q = 57$. Jumlah semua nilai p yang mungkin adalah ...
A. 39
B. 47
C. 49
D. 51
E. 53

Kunci Jawaban: C

Pembahasan:

Karena 57 ganjil, maka p dan $5q$ harus berbeda paritas. Misalkan p genap, maka $p = 2$ sehingga

$$5q = 57 - 2 = 55 \Rightarrow q = 11.$$

Jika $5q$ genap, maka q harus genap sehingga $q = 2$ yang memberikan

$$p = 57 - 5 \cdot 2 = 57 - 10 = 47.$$

Akibatnya, jumlah semua nilai p adalah

$$2 + 47 = 49.$$

BILANGAN RASIONAL DAN REPRESENTASINYA - MUDAH

2. Jika representasi desimal dari

$$\frac{44}{11} + \frac{110}{44} + \frac{44}{1100}$$

berbentuk $a.\underline{bc}$ dengan a, b, c bilangan asli, maka nilai $a + b + c = \dots$

- A. 10
B. 15
C. 20
D. 25
E. 30

Kunci Jawaban: B

Pembahasan:

Tinjau bahwa

$$\frac{44}{11} + \frac{110}{44} + \frac{44}{1100} = 4 + \frac{5}{2} + \frac{1}{25} = 4 + 2.5 + 0.04 = 6.54$$

didapat $a = 6, b = 5$, dan $c = 4$ sehingga $a + b + c = 6 + 5 + 4 = 15$.

PANGKAT DAN AKAR – MUDAH

3. Misalkan p dan q adalah dua bilangan real positif yang memenuhi



$$\sqrt{\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q}{p} \sqrt{\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q}{p} \dots}}} = \frac{p^N}{q^N}$$

untuk suatu bilangan real N . Jika $N = \frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan asli relatif prima, maka nilai $20a + 25b = \dots$

- A. 36
- B. 49
- C. 57
- D. 95
- E. 84

Kunci Jawaban: D

Pembahasan:

Tinjau bahwa

$$\sqrt{\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q}{p} \sqrt{\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q}{p} \dots}}} = \frac{p^N}{q^N} \Rightarrow \sqrt{\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q}{p} \sqrt{\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q}{p} \dots}}} = \frac{p^{2N}}{q^{2N}}$$

$$\Rightarrow \frac{p^2}{q^2} \cdot \frac{q}{p} \cdot \sqrt{\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q}{p} \sqrt{\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q}{p} \dots}}} = \frac{p^{4N}}{q^{4N}}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{q} \cdot \frac{p^N}{q^N} = \frac{p^{4N}}{q^{4N}} \Rightarrow \frac{p^{N+1}}{q^{N+1}} = \frac{p^{4N}}{q^{4N}} \Rightarrow N+1 = 4N \Rightarrow N = \frac{1}{3}$$

Jadi, $a = 1$ dan $b = 3$ sehingga $20a + 25b = 20 \cdot 1 + 25 \cdot 3 = 20 + 75 = 95$.

FAKTOR DAN KELIPATAN – MUDAH

4. Diberikan bilangan asli a dan b yang memenuhi $FPB(a, b) = 7$ dan $KPK(a, b) = 630$. Jika $a > b$ dan $a + b = 133$, maka nilai $4a + 3b = \dots$

- A. 234
- B. 331
- C. 469
- D. 512
- E. 628

Kunci Jawaban: C

Pembahasan:

Tinjau bahwa $ab = FPB(a, b) \cdot KPK(a, b) = 7 \cdot 630 = 4410$. Karena $a + b = 133$, diperoleh

$$4410 = ab = a(133 - a) = 133a - a^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 133a + 4410 = 0 \Rightarrow (a - 70)(a - 63) = 0$$

$$\Rightarrow a = 70 \vee a = 63.$$

Karena $a > b$, dipilih $a = 70$ sehingga $b = 63$ yang menyebabkan

$$4a + 3b = 4 \cdot 70 + 3 \cdot 63 = 280 + 189 = 469.$$



POLA BILANGAN – MUDAH

5. Perhatikan pola bilangan berikut:

$$1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, M.$$

Banyaknya faktor positif dari M adalah ...

- A. 9
- B. 10
- C. 12
- D. 15
- E. 18

Kunci Jawaban: C

Pembahasan:

Polanya adalah jumlah semua faktor positif dari bilangan sebelumnya. Tinjau bahwa semua faktor positif dari 24 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, dan 24 sehingga

$$M = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 24 = 60.$$

Karena $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$, banyaknya faktor positif dari M adalah

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 2 \times 2 = 12.$$

KETERBAGIAN DAN SISA BILANGAN – MUDAH

6. Diketahui N menyatakan banyaknya bilangan bulat positif n sehingga

$$\frac{40n^2 + 30n - 18}{2n - 1}$$

merupakan bilangan asli. Jika M menyatakan jumlah semua nilai n yang mungkin, maka sisa $20N + 25$ dibagi M sama dengan ...

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3
- E. 4

Kunci Jawaban: A

Pembahasan:

Misalkan $A = \frac{40n^2 + 30n - 18}{2n - 1}$ dan tinjau bahwa

$$A = \frac{40n^2 + 30n - 18}{2n - 1} = \frac{40n^2 + 30n - 25 + 7}{2n - 1} = \frac{(20n + 25)(2n - 1) + 7}{2n - 1} = 20n + 25 + \frac{7}{2n - 1}.$$

Agar A merupakan bilangan asli, haruslah $2n - 1$ habis membagi 7. Karena 7 bilangan prima, maka 7 hanya memiliki 2 faktor positif, yaitu 1 dan 7. Akibatnya,

$$2n - 1 = 1 \Rightarrow 2n = 2 \Rightarrow n = 1$$

dan

$$2n - 1 = 7 \Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4$$

sehingga $N = 2$ dan $M = 1 + 4 = 5$ yang menyebabkan

$$20N + 25 = 20 \times 2 + 25 = 40 + 25 = 65 = 5 \times 13 + 0.$$

Jadi, sisa $20N + 25$ dibagi M sama dengan 0.





HIMPUNAN – SEDANG

7. Diberikan himpunan tak kosong G dan H yang saling asing dengan $|G| \times |H| = 2025$. Misalkan m menyatakan nilai minimum yang mungkin dari $G \cup H$ dengan kesamaan tercapai saat $|G| = p$ dan $|H| = q$, untuk suatu bilangan asli p dan q . Nilai
- $$m + p + q = \dots$$

- A. 150
- B. 160
- C. 170
- D. 180
- E. 200

Kunci Jawaban: D

Pembahasan:

Karena G dan H saling asing, berlaku $G \cap H = \emptyset \Rightarrow |G \cap H| = 0$ sehingga

$$|G \cup H| = |G| + |H| - |G \cap H| = |G| + |H| \geq 2\sqrt{|G| \times |H|} = 2\sqrt{2025} = 2 \times 45 = 90.$$

Kesamaan tercapai saat $|G| = |H| = 45$. Jadi, $m = 90$, $p = 45$, dan $q = 45$ yang menyebabkan

$$m + p + q = 90 + 45 + 45 = 180.$$

RELASI DAN FUNGSI – MUDAH

8. Diberikan fungsi f sehingga $f\left(\frac{x}{3}\right) = x^2 + x + 1$. Jika M menyatakan jumlah semua nilai k yang memenuhi $f(3k) = 7$ dan $|M| = \frac{s}{t}$ dengan s dan t bilangan asli relatif prima, maka nilai $3s + t =$

- A. 10
- B. 11
- C. 12
- D. 13
- E. 14

Kunci Jawaban: C

Pembahasan:

Tulis $y = \frac{x}{3}$, didapat $f(y) = (3y)^2 + 3y + 1 = 9y^2 + 3y + 1$. Akibatnya,

$$f(3k) - 7 = 81k^2 + 9k - 6 = 3(9k - 2)(3k + 1) = 0.$$

Jadi, $k = \frac{2}{9}$ atau $-\frac{1}{3}$ sehingga jumlah semua nilai k adalah

$$M = \frac{2}{9} + \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{9}.$$

Akibatnya, $|M| = \frac{1}{9} = \frac{s}{t}$ sehingga

$$3s + t = 3 \cdot 1 + 9 = 3 + 9 = 12.$$

PERSAMAAN LINEAR – MUDAH

9. Diberikan persamaan linear $20x + 25y = 2025$ dengan x dan y merupakan bilangan bulat positif. Banyaknya nilai y yang mungkin adalah ...
- A. 17
 - B. 21
 - C. 23
 - D. 26



E. 38

Kunci Jawaban: B

Pembahasan:

Tinjau bahwa

$$20x + 25y = 2025 \Rightarrow 4x + 5y = 405 \Rightarrow 4x = 405 - 5y = 5(81 - y).$$

Karena $4x$ positif, maka $81 - y > 0$ sehingga $y < 81$. Karena ruas kiri persamaan habis dibagi 4, maka $81 - y$ juga harus habis dibagi 4 sehingga $y = 4k + 1$ untuk suatu bilangan cacah. Nilai y tersebut adalah 1, 5, 9, ..., 81. Tinjau bahwa nilai-nilai y tersebut membentuk barisan aritmetika dengan suku pertama 1 dan beda 4, serta suku terakhir 81. Misalkan n menyatakan banyaknya suku pada barisan tersebut, diperoleh

$$81 = 1 + (n - 1) \times 4 = 4n - 3 \Rightarrow 4n = 84 \Rightarrow n = 21.$$

Jadi, banyaknya nilai y yang memenuhi kondisi soal adalah 21.

PERTIDAKSAMAAN LINEAR – MUDAH

10. Jika N adalah bilangan asli terkecil n sehingga terdapat bilangan asli m yang memenuhi pertidaksamaan

$$0.16 < \frac{m}{n} < \frac{1}{6},$$

maka nilai $20N + 25 = \dots$

- A. 389
- B. 497
- C. 645
- D. 724
- E. 839



POSI
Pusat Olimpiade Sains Indonesia



smartchampion

Kunci Jawaban: C

Pembahasan:

Perhatikan bahwa

$$0.16 < \frac{m}{n} < \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{16}{100} < \frac{m}{n} < \frac{1}{6}.$$

Artinya, $16n < 100m$ dan $6m < n$ sehingga $n = 6m + 1$. Akibatnya,

$$16n < 100m \Rightarrow 16(6m + 1) < 100m$$

$$\Rightarrow 96m + 16 < 100m$$

$$\Rightarrow 4m > 16$$

$$\Rightarrow m > 4.$$

Agar n minimum, maka m harus minimum sehingga $m = 5$ yang menyebabkan

$$N = 6m + 1 = 6 \times 5 + 1 = 30 + 1 = 31.$$

Jadi, $20N + 25 = 20 \times 31 + 25 = 620 + 25 = 645$.

PERSAMAAN KUADRAT – MUDAH

11. Misalkan p dan q adalah dua bilangan real berbeda yang memenuhi $p^2 - p - 1 = 0$ dan $q^2 -$ Jika nilai

$$\frac{1}{(3p - 1)(p - 1)} + \frac{1}{(3q - 1)(q - 1)}$$

dapat ditulis dalam bentuk pecahan $\frac{m}{n}$ dengan m dan n bilangan asli relatif prima, maka nilai $m + n = \dots$

- A. 18
- B. 19
- C. 20
- D. 21
- E. 22

Kunci Jawaban: A

Pembahasan:

Jelas bahwa p dan q merupakan dua akar real berbeda dari persamaan kuadrat $x^2 - x - 1 = 0$. Menurut teorema Vieta, berlaku $p + q = 1$ dan $pq = -1$. Kemudian, perhatikan bahwa

$$\begin{aligned} \frac{1}{(3p-1)(p-1)} + \frac{1}{(3q-1)(q-1)} &= \frac{1}{3p^2-4p+1} + \frac{1}{3q^2-4q+1} \\ &= \frac{1}{3(p^2-p-1)+(4-p)} + \frac{1}{3(q^2-q-1)+(4-q)} = \frac{1}{4-p} + \frac{1}{4-q} \\ &= \frac{4-q+4-p}{(4-p)(4-q)} = \frac{8-(p+q)}{16-4(p+q)+pq} = \frac{8-1}{16-4 \times 1 - 1} = \frac{7}{11}. \end{aligned}$$

Jadi, $m = 7$ dan $n = 11$ sehingga $m + n = 7 + 11 = 18$.

PERTIDAKSAMAAN KUADRAT – MUDAH

12. Misalkan (a, b) , $a < b$, merupakan interval penyelesaian dari pertidaksamaan kuadrat

$$x^2 + 20x + 25 < 0.$$

Jika $M = a - b$, maka jumlah semua faktor positif dari $|M|$ adalah ...

- A. 18
- B. 29
- C. 31
- D. 37
- E. 42

Kunci Jawaban: E

Pembahasan:

Tinjau bahwa

$$\begin{aligned} x^2 + 20x + 25 < 0 &\Rightarrow (x + 10)^2 - 75 < 0 \\ &\Rightarrow (x + 10 - \sqrt{75})(x + 10 + \sqrt{75}) < 0 \\ &\Rightarrow -10 - 5\sqrt{3} < x < -10 + 5\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Jadi, $M = -20$ sehingga $|M| = 20$ yang memiliki faktor positif: 1, 2, 4, 5, 10, dan 20 yang jumlahnya sama dengan $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 20 = 42$.

BARISAN DAN DERET – SEDANG

13. Misalkan a dan b berturut-turut sebagai suku pertama dan beda dari suatu barisan aritmetika. Diketahui suku ketiga pada barisan tersebut sama dengan 60. Nilai terbesar yang mungkin dari suku kedua barisan geometri yang suku pertamanya a dengan rasio b adalah ...

- A. 240
- B. 320
- C. 360
- D. 400
- E. 450



Kunci Jawaban: E

Pembahasan:

Dari soal, didapat $a = 60 - 2b$ sehingga suku kedua barisan geometri tersebut adalah

$$ab = (60 - 2b)b = 60b - 2b^2 = 2(225 - (225 - 30b + b^2)) = 450 - 2(15 - b)^2.$$

Karena bilangan kuadrat selalu bernilai positif atau nol, nilai terbesar ab adalah 450 yang tercapai saat $b = 15$ dan $a = 30$.

SISTEM KOORDINAT KARTESIUS – SEDANG

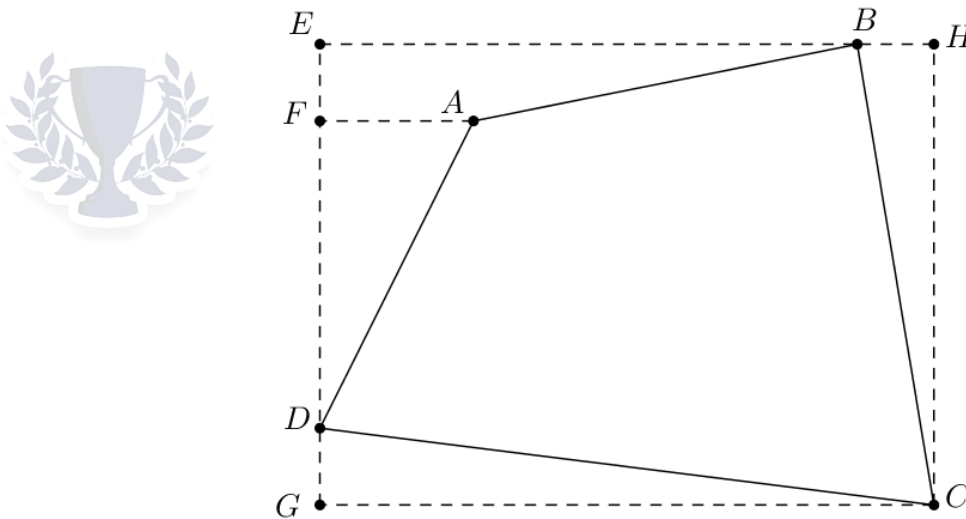
14. Pada sistem koordinat kartesius, diberikan titik-titik $A = (10,4)$, $B = (6,-4)$, $C = (22,-6)$, dan $D = (20,6)$. Jika M menyatakan luas bangun $ABCD$, maka jumlahan semua digit M adalah ...

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

Kunci Jawaban: D

Pembahasan:

Misalkan E, F, G , dan H adalah titik-titik sedemikian sehingga $CGEH$ merupakan persegi panjang.



Mudah diperiksa bahwa koordinat $E = (6,6)$, $F = (6,4)$, $G = (6,-6)$, dan $H = (22,6)$.

Perhatikan bahwa

$$\begin{aligned} [ABCD] &= [CGEH] - [AFEB] - [ADF] - [CDG] - [BCH] \\ &= 16 \cdot 12 - \frac{(14+4)}{2} \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 12 \\ &= 192 - 18 - 16 - 16 - 12 = 130. \end{aligned}$$

Jadi, $M = 130$ sehingga jumlahan semua digit M adalah $1 + 3 + 0 = 4$.

SEGITIGA – SULIT

15. Diberikan segitiga ABC dengan $AB = 7$ dan $AC = 10$. Misalkan titik M sebagai titik tengah $\overline{AC}$. Selanjutnya, titik N terletak pada $\overline{AB}$ sehingga $AM = AN$. Jika luas $\triangle ANM$ adalah 10, maka luas $\triangle ABC$ adalah ...

- A. 20



- B. 24
- C. 28
- D. 36
- E. 45

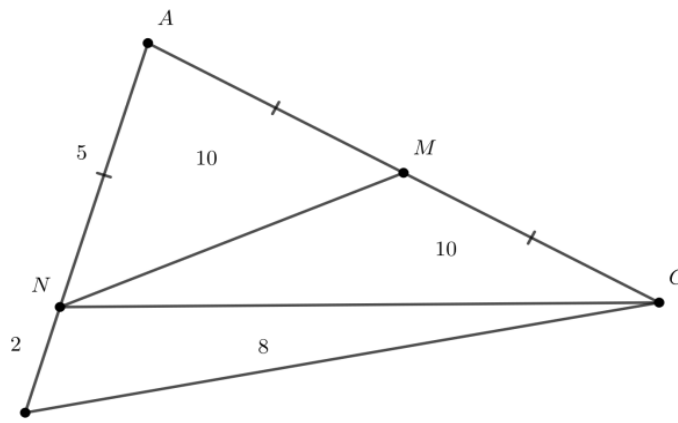
Kunci Jawaban: C

Pembahasan:

Konstruksi NC.

Menggunakan perbandingan luas segitiga, didapat

$$\frac{[ANM]}{[NCM]} = \frac{AM}{CM} = 1 \Rightarrow [NCM] = [ANM] = 5$$



sehingga $[ANC] = [ANM] + [NCM] = 10 + 10 = 20$. Analog, didapat

$$\frac{[ANC]}{[BNC]} = \frac{AN}{NB} = \frac{5}{2} \Rightarrow [BNC] = \frac{2}{5} [ANC] = \frac{2}{5} \times 20 = 8.$$

Akibatnya, $[ABC] = [ANM] + [NCM] + [BNC] = 10 + 10 + 8 = 28$.

TRANSFORMASI GEOMETRI – SULIT

16. Pada bidang kartesius, koordinat titik A adalah (l, m) dimana l dan m bilangan bulat yang memenuhi $1 < m < l$ dan $l + m < 80$. Titik B merupakan pencerminan dari titik A terhadap garis $y = x$ dan C merupakan pencerminan dari B terhadap sumbu Y . Apabila luas segitiga ABC adalah 667, maka nilai $l + m$ adalah ...

- A. 75
- B. 76
- C. 83
- D. 88
- E. 95

Kunci Jawaban: A

Pembahasan:

Karena B adalah pencerminan titik A terhadap garis $y = x$, maka koordinat B adalah (m, l) . Karena C adalah hasil pencerminan titik B terhadap sumbu Y , maka koordinat C adalah $(-m, l)$. Selanjutnya, karena ordinat titik B dan C keduanya bernilai l , maka panjang BC adalah $2m$. Juga, jarak dari titik A ke garis BC , akan sama dengan selisih ordinat A dan B yaitu $l - m$. Akibatnya, luas segitiga ABC adalah $\frac{1}{2} \times 2m \times (l - m) = m(l - m)$.



Jadi, $m(l - m) = 667 = 23 \times 29$. Diperoleh m harus membagi 23×29 sehingga terdapat beberapa kemungkinan sebagai berikut:

- $m = 1$ Diperoleh $l - 1 = 668 \Rightarrow l = 669$. Namun, $m + l = 670 > 80$ sehingga pasangan ini tidak memenuhi.
- $m = 23$ Diperoleh $l - 23 = 29 \Rightarrow l = 52$. Pasangan ini memenuhi.
- $m = 29$ Diperoleh $l - 29 = 23 \Rightarrow l = 52$. Karena $m + l = 81 > 80$, pasangan ini tidak memenuhi.
- $m = 667$ Diperoleh $l - 667 = 1 \Rightarrow l = 668$. Jelas bahwa $m + l > 80$ sehingga pasangan ini tidak memenuhi.

Akibatnya, satu-satunya pasangan yang mungkin adalah $(l, m) = (52, 23)$ dan $m + l = 75$.

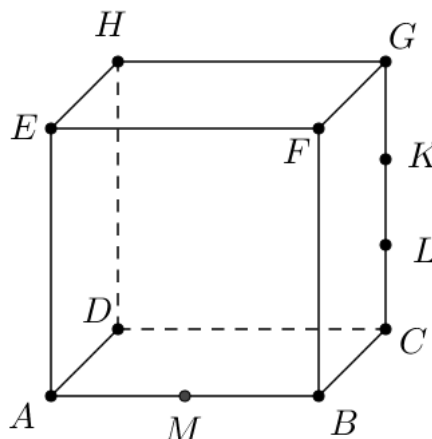
LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME BANGUN RUANG – SEDANG

17. Diberikan kubus $ABCD.EFGH$. Misalkan K, L , dan M berturut-turut adalah titik-titik yang terletak pada $\overline{CG}, \overline{CG}$, dan $\overline{AB}$ sehingga $GK = KL = LC$ dan $AM = BM$. Jika jarak dari titik B ke $\overline{AL}$ adalah $\frac{a}{b}\sqrt{c}$ dengan a, b , dan c merupakan bilangan asli sehingga $FPB(a, b) = 1$, $a < b$, dan c tidak habis dibagi kuadrat prima apapun, maka nilai dari $ab - c = \dots$

- 125
- 155
- 175
- 198
- 213

Kunci Jawaban: C

Pembahasan:



Tinjau $\triangle ABL$. Misalkan N adalah titik terletak pada $\overline{AL}$ sehingga $\overline{BN} \perp \overline{AL}$. Perhatikan bahwa $\angle ABL = 90^\circ$. Dengan Teorema Pythagoras pada $\triangle BCL$, didapat

$$BL = \sqrt{BC^2 + CL^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{16 + \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{160}{9}} = \frac{4}{3}\sqrt{10}.$$

Selanjutnya, dengan Teorema Pythagoras pada $\triangle ACL$, didapat

$$AL = \sqrt{AC^2 + CL^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{32 + \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{304}{9}} = \frac{4}{3}\sqrt{19}.$$

Dengan perbandingan luas $\triangle ABL$, didapat

$$\frac{1}{2} \cdot AL \cdot BN = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BL \Rightarrow BN = \frac{AB \cdot BL}{AL} = \frac{4 \cdot \frac{4}{3} \sqrt{10}}{\frac{4}{3} \sqrt{19}} = \frac{4}{19} \sqrt{190}.$$

Dengan demikian, $a = 4$, $b = 19$, dan $c = 190$ sehingga

$$a - b + c = 4 - 19 + 190 = 175.$$

MEAN, MEDIAN, DAN MODUS DATA TUNGGAL – SEDANG

18. Diketahui terdapat n nilai ujian dengan rata-rata 72. Jika ada tambahan sebanyak m nilai yang masing-masing 93, maka rata-ratanya menjadi lebih dari 84. Jika $\frac{m}{n} > \frac{s}{t}$ dengan s dan t merupakan bilangan asli relatif prima, maka $s + t = \dots$

- A. 2
- B. 3
- C. 5
- D. 7
- E. 11

Kunci Jawaban: D

Pembahasan:

Dari soal,

$$\frac{72n + 93m}{m + n} > 84 \Rightarrow 72n + 93m > 84m + 84n \Rightarrow 9m > 12n \Rightarrow \frac{m}{n} > \frac{3}{4}.$$

Jadi, $s + t = 3 + 4 = 7$.

KAIDAH PENCACAHAN – SEDANG

19. Banyaknya pasangan himpunan bagian (A, B) dari himpunan $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sehingga A dengan $A \neq \emptyset$ merupakan himpunan bagian dari B adalah ...

- A. 500
- B. 665
- C. 725
- D. 824
- E. 900

Kunci Jawaban: B

Pembahasan:

Karena $B \neq \emptyset$, banyaknya anggota himpunan B berada di interval 1 hingga 6, inklusif. Setelah memilih k anggota untuk B , terdapat $2^k - 1$ kemungkinan himpunan bagian dari B yang mungkin untuk A sebab A dan B harus berbeda. Akibatnya, banyaknya pasangan yang mungkin sama dengan

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^6 ({}^6 k)(2^k - 1) &= \sum_{k=0}^6 ({}^6 k)(2^k - 1) = \sum_{k=0}^6 ({}^6 k)2^k - \sum_{k=0}^6 ({}^6 k) = (2 + 1)^6 - (1 + 1)^6 = 3^6 - 2^6 \\ &= 665. \end{aligned}$$

PELUANG KEJADIAN – SULIT

20. Dua tim berada dalam sistem playoff terbaik dari tiga: tim-tim tersebut akan bermain paling banyak 3 pertandingan, dan pemenang dari playoff adalah tim pertama yang memenangkan 2 pertandingan. Pertandingan pertama dimainkan di kandang Tim A, dan pertandingan sisanya



dimainkan di kandang Tim B. Tim A memiliki peluang $\frac{2}{3}$ untuk menang di kandangnya, dan peluangnya untuk menang saat bermain tandang adalah p . Hasil pertandingan independen. Peluang Tim A memenangkan playoff adalah $\frac{1}{2}$. Jika p dapat ditulis dalam bentuk $\frac{1}{2}(m - \sqrt{n})$, di mana m dan n adalah bilangan bulat positif, maka nilai $m + n = \dots$

- A. 11
- B. 12
- C. 14
- D. 17
- E. 19

Kunci Jawaban: C

Pembahasan:

Kita hanya memiliki tiga kasus di mana A menang: AA, ABA, dan BAA (A menunjukkan kemenangan tim A dan B menunjukkan kemenangan tim B). Mengetahui ini, kita dapat menjumlahkan probabilitas dari setiap kasus. Maka, total probabilitasnya adalah

$$\left(\frac{2}{3}\right)p + \left(\frac{2}{3}\right)(1-p)p + \left(\frac{1}{3}\right)p^2 = \frac{1}{2}.$$

Mengalikan kedua sisi dengan 6 menghasilkan $4p + 4p(1-p) + 2p^2 = 3$, sehingga

$$2p^2 - 8p + 3 = 0$$

dan kita menemukan bahwa $p = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{2}$. Karena jawabannya harus berbentuk $\frac{1}{2}(m - \sqrt{n})$, jadi solusinya adalah $p = \frac{4 - \sqrt{10}}{2} = \frac{1}{2}(4 - \sqrt{10})$ dan jawabannya adalah $4 + 10 = 14$.

PERBANDINGAN – MUDAH

21. Suatu proyek yang memiliki perencanaan kerja selama 40 hari akan dikerjakan oleh 30 orang pekerja. Memasuki hari ke-14, proyek dihentikan sementara dan dilanjutkan 3 hari kemudian. Satu minggu sebelum masa penyelesaian proyek berakhir, hanya tersisa 90% pekerja yang mampu melanjutkan pekerjaannya sampai dengan selesai. Dengan kondisi seperti itu, proyek tersebut akan terlambat setidaknya selama ... hari.

- A. 4
- B. 5
- C. 7
- D. 8
- E. 9

Kunci Jawaban: B

Pembahasan:

Perhatikan bahwa 30 orang tersebut hanya bekerja selama $13 + 17 = 30$ hari. Selanjutnya, karena waktu tersisa 10 hari sedangkan faktanya waktu tersisa 7 hari, terjadi keterlambatan selama $10 - 7 = 3$ hari. Berikutnya, dalam satu minggu terakhir, pekerjaan dikerjakan oleh $90\% \cdot 30 = 27$ orang. Misalkan x menyatakan jumlah hari tambahan yang dibutuhkan oleh 27 orang pekerja untuk menyelesaikan proyek. Dengan perbandingan berbalik nilai, didapat

$$\frac{x}{10} = \frac{30}{27} \Rightarrow x \approx 12.$$

Jadi, ada keterlambatan selama $12 - 10 = 2$ hari sehingga total keterlambatan adalah selama $3 + 2 = 5$ hari.





BASIS BILANGAN – SEDANG

22. Terdapat tepat K bilangan bulat positif b dengan $5 \leq b \leq 2024$ sehingga angka basis b dari 2024_b dapat dibagi oleh 16 (di mana 16 dalam basis sepuluh). Jumlah digit dari K adalah ...

- A. 20
- B. 21
- C. 22
- D. 23
- E. 24

Kunci Jawaban: A

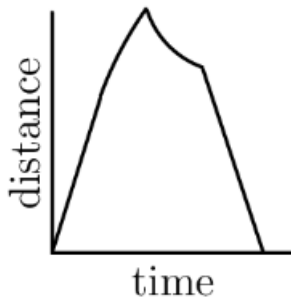
Pembahasan:

Tinjau $2b^3 + 2b + 4 \equiv 0 \pmod{16} \rightarrow b^3 + b + 2 \equiv 0 \pmod{8}$. Jika b genap, maka $b + 2 \equiv 0 \pmod{8} \rightarrow b \equiv 6 \pmod{8}$. Jika b ganjil, ingat bahwa $b^2 \equiv 1 \pmod{8} \rightarrow b^3 + b + 2 \equiv 2b + 2 \pmod{8}$, jadi $2b + 2 \equiv 0 \pmod{8} \rightarrow b + 1 \equiv 0 \pmod{4} \rightarrow b \equiv 3, 7 \pmod{8}$. Sekarang 8 membagi 2024, jadi $(\frac{3}{8}) \times 2024 = 759$, tetapi $b = 3$ tidak masuk dalam rentang $5 \leq b \leq 2024$, jadi $759 - 1 = 758 \rightarrow$ jawabannya adalah 20.

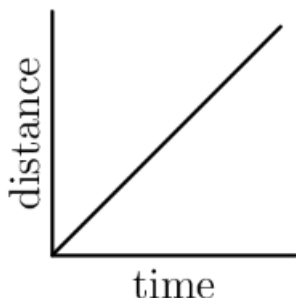
PENGUMPULAN, ANALISIS, PENYAJIAN, PENAFSIRAN DATA DALAM BENTUK TABEL ATAU DIAGRAM – SULIT

23. Pada hari Minggu, Ayu lari pagi mengelilingi kompleks $JKLM$ dengan arah berlawanan jarum jam. Jika Ayu memulainya dari rumahnya yang terletak di titik J , maka grafik yang menyatakan jarak antara Ayu dan rumahnya sepanjang jalur ini adalah ...

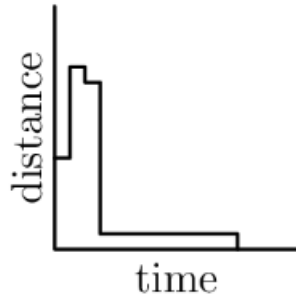
A.



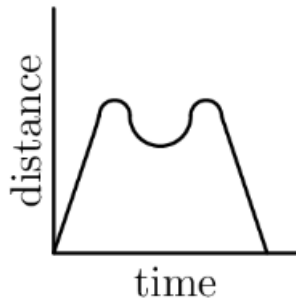
B.



C.



D.



E.



SI
s Indonesia



smartchampion

Kunci Jawaban: A

Pembahasan:

Misalkan x adalah jarak linier yang ditempuh oleh Ayu, dan d adalah jaraknya dari rumah J . Kita akan membagi masalah ini menjadi empat bagian (segmen JK , KL , LM , dan MJ).

Segmen JK: Pada setiap titik di segmen JK , jarak Ayu dari rumah digambarkan oleh fungsi $d_{JK(x)} = x_J$, di mana x_J adalah jarak linier yang ditempuh Ayu dari titik J .

Segmen KL: Dari K ke L , jarak ke rumah membentuk segitiga siku-siku, di mana d adalah hipotenusa. Dalam kasus ini, jarak mengikuti fungsi: $d_{KL}(x) = \sqrt{(JK)^2 + x_K^2}$ yang berbentuk kurva (ini diperoleh dengan menerapkan Teorema Pythagoras).

Segmen LM: Dengan alasan yang serupa dengan segmen KL , fungsi jarak dalam kasus ini adalah: $d_{LM}(x) = \sqrt{(MJ)^2 + (LM - x_L)^2}$ yang juga berbentuk kurva.

Segmen MJ: Mirip dengan segmen JK , kita mendapatkan fungsi linear:

$$d_{MJ}(x) = MJ - x_M$$

Akibatnya, grafiknya adalah sebagai berikut:



SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL – SEDANG

24. Diberikan bilangan asli dua digit $M = \underline{ab}$. Misalkan $N = \underline{ba}$. Jika $M + N = 99$ dan juga $a - b = 3$, maka $a + 1 + ab = \dots$

- A. 19
- B. 22
- C. 25
- D. 27
- E. 34

Kunci Jawaban: C

Pembahasan:

Dari soal,

$$10a + b + 10b + a = 99 \Rightarrow a + b = 9.$$

Karena $a - b = 3$, maka $a = 6$ dan $b = 3$ sehingga $a + 1 + ab = 6 + 1 + 6 \cdot 3 = 25$.

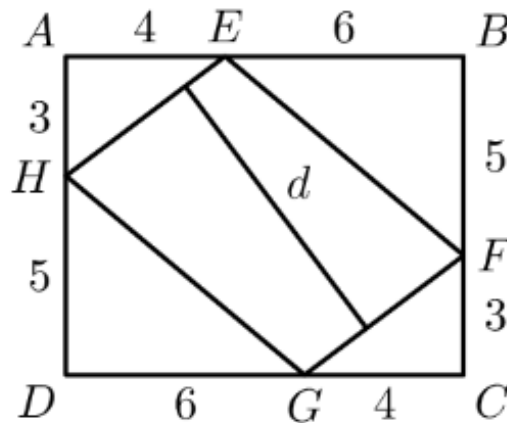
SEGIEMPAT – SULIT

25. Diberikan persegi panjang $ABCD$ dengan $AB = 10$ dan $BC = 8$. Misalkan titik-titik E, F, G , dan H berturut-turut terletak pada $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$, dan $\overline{DA}$ sedemikian sehingga $EFGH$ merupakan jajar genjang dengan $\overline{EF} \parallel \overline{GH}$, $AE = 4$, $BF = 5$, $CG = 4$, dan $DH = 5$. Misalkan d menyatakan segmen garis yang tegak lurus dengan $\overline{HE}$ dan $\overline{FG}$. Jika nilai $\frac{d}{19}$ sama dengan pecahan sederhana $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat positif, maka nilai $20a + 25b = \dots$

- A. 125
- B. 150
- C. 160
- D. 165
- E. 176

Kunci Jawaban: D

Pembahasan:



Tinjau bahwa luas $EFGH$ dapat dipandang menjadi dua pendekatan:

- $10 \times 8 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 5 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 80 - 30 - 12 = 38$; dan
- $d \times FG = d \times 5 = 5d$.

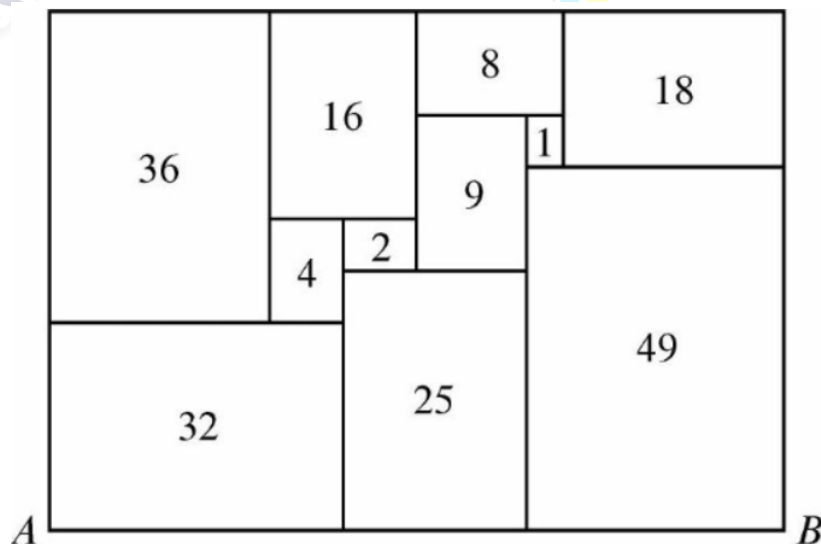
Akibatnya,

$$5d = 38 \Rightarrow d = \frac{38}{5} \Rightarrow \frac{d}{19} = \frac{2}{5}.$$

Jadi, $a = 2$ dan $b = 5$ sehingga $20a + 25b = 20 \times 2 + 25 \times 5 = 40 + 125 = 165$.

BIDANG DATAR – SULIT

26. Semua persegi panjang dalam gambar di bawah ini, yang digambar sesuai skala, memiliki kesamaan dengan persegi panjang yang mengelilinginya. Setiap angka mewakili luas persegi panjang tersebut.



Jika panjang AB dapat ditulis dalam bentuk $m \cdot n^{\frac{1}{4}}$ dengan m dan n adalah bilangan asli, maka nilai $m + n = \dots$

- 10
- 14
- 16
- 18
- 25



Kunci Jawaban: D

Pembahasan:

Menggunakan persegi panjang dengan luas 1, misalkan sisi pendeknya adalah x dan sisi panjangnya adalah y . Perhatikan bahwa untuk setiap persegi panjang, karena perbandingan panjang sisi dari persegi panjang tersebut sebanding langsung dengan perbandingan akar kuadrat dari luasnya (Misalnya, setiap sisi persegi panjang dengan luas 9 adalah $\sqrt{9} = 3$ kali sisi persegi panjang dengan luas 1), karena semuanya serupa satu sama lain.

Sisi yang berlawanan dengan AB pada persegi panjang besar kemudian ditulis sebagai

$$6x + 4x + 2y\sqrt{2} + 3y\sqrt{2} = 10x + 5y\sqrt{2}.$$

Namun, AB dapat ditulis sebagai $4y\sqrt{2} + 5x + 7x = 4y\sqrt{2} + 12x$. Karena kedua panjang sisi tersebut sama, kita dapat menulis $10x + 5y\sqrt{2} = 4y\sqrt{2} + 12x$, atau $y\sqrt{2} = 2x$. Oleh karena itu, kita dapat menulis $y = x\sqrt{2}$.

Karena $xy = 1$, kita memiliki $(x\sqrt{2})(x) = 1$, yang dapat kita evaluasi sebagai $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Dari sini, kita dapat menggantikan kembali ke dalam $xy = 1$ untuk menemukan $y = \sqrt{2}$. Mensubstitusikan ke dalam AB , kita memiliki

$$AB = 4y\sqrt{2} + 12x = 4(\sqrt{2})(\sqrt{2}) + \frac{12}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2} = 10 \cdot 8^{\frac{1}{4}}.$$

Akibatnya, $m = 10$ dan $n = 8$ sehingga $m + n = 10 + 8 = 18$.

KODING DAN KRIPTARITMATIKA – SEDANG

27. Perhatikan kriptaritmetika berikut:

$$\begin{array}{r} PQR \\ PQR \\ \hline KREM \end{array}$$

di mana setiap huruf mewakili satu bilangan berbeda. Jika $P = 7$ dan R genap, maka nilai yang mungkin dari $20Q + 25$ adalah ...

- A. 76
- B. 85
- C. 91
- D. 97
- E. 100

Kunci Jawaban: B

Pembahasan:

Tinjau bahwa karena $T + T = 7 + 7 = 14$, maka $R = 4$ dan $K = 1$. Berikutnya, tinjau bahwa $R + R = 4 + 4 = 8$ sehingga $M = 8$. Akibatnya, nilai Q harus kurang dari 5 karena jika tidak, maka akan mengubah nilai R sehingga $Q = 2$ atau 3. Jika $Q = 2$, maka $E = 4 = 0$, kontradiksi. Jadi, $Q = 3$ sehingga $20Q + 25 = 20 \times 3 + 25 = 60 + 25 = 85$.

PELUANG KEJADIAN – SULIT

28. Dito, Indro, dan Yesi masing-masing memiliki 4 kelereng. Mereka akan melakukan sebuah permainan. Di dalam sebuah kotak, terdapat 1 bola biru, 1 bola merah, dan 1 bola putih. Setiap pemain mengambil sebuah bola dari dalam kotak tersebut secara acak. Selanjutnya, pemain yang mendapatkan bola merah memberikan 1 kelereng ke pemain yang mendapatkan bola biru. Proses ini diulang sebanyak empat kali. Jika peluang pada akhir permainan setiap



pemain tetap memiliki empat kelereng dapat ditulis dalam bentuk pecahan $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan asli relatif prima, maka nilai $a + b = \dots$

- A. 50
- B. 60
- C. 69
- D. 76
- E. 77

Kunci Jawaban: E

Pembahasan:

Mudah dipahami bahwa ruang sampel kejadian adalah 6^4 .

Agar kejadian yang diinginkan terjadi, banyaknya bola merah yang diambil oleh seseorang sama dengan banyaknya bola biru yang diambil orang tersebut.

Kasus 1: 2 orang mengambil bola merah 2 kali.

Banyaknya cara memilih 2 orang yang mengambil bola merah 2 kali adalah $(3 \ 2) = 3$.

Misal kedua orang yang terpilih adalah D dan I. Maka banyak cara menyusun urutan pengambilan bola merah oleh F dan Y adalah $\frac{4!}{2!2!} = 6$.

Salah satu contoh urutan pengambilannya adalah DIID.

Perhatikan bahwa jika urutan pengambilan bola merah seperti di atas, maka urutan pengambilan bola biru yang mungkin hanyalah IDDI.

Artinya, kemungkinan penyusunan bola biru hanya 1 untuk setiap penyusunan bola merah, sehingga banyaknya cara pengambilan bola untuk kasus ini adalah $3 \times 6 = 18$.

Kasus 2: 2 orang mengambil bola merah 1 kali, 1 orang mengambil bola merah 2 kali.

Banyak cara memilih 1 orang yang mengambil bola merah 2 kali adalah $(3 \ 1) = 3$.

Misal, orang yang mengambil bola merah 2 kali itu adalah Y. Maka banyak cara menyusun urutan pengambilan bola merah oleh I, D, dan S adalah $\frac{4!}{2!} = 12$.

Salah satu contoh susunannya adalah IDYY.

Dengan memandang contoh ini, penyusunan bola biru yang mungkin adalah YYID dan YYDI. Sehingga, kemungkinan penyusunan bola biru sebanyak 2 untuk setiap penyusunan bola merah, sehingga banyaknya cara pengambilan bola untuk kasus ini adalah $3 \times 12 \times 2 = 72$.

Tidak ada kemungkinan lain selain dua kasus di atas. Diperoleh peluang kejadian pada akhir permainan setiap orang tetap mendapatkan 4 kelereng adalah

$$\frac{18 + 72}{6^4} = \frac{90}{6^4} = \frac{5}{72}.$$

Jadi, $a = 5$ dan $b = 72$ sehingga $a + b = 5 + 72 = 77$.

KETERBAGIAN – SULIT

29. Banyaknya bilangan bulat x sehingga

$$\frac{x + 6}{6x + 1}$$

adalah bilangan bulat adalah ...

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 7



Kunci Jawaban: D

Pembahasan:

Jelas bahwa $x = -6$ memenuhi. Untuk $x \neq -6$, misalkan $y = \frac{x+6}{6x+1}$ untuk suatu bilangan bulat tak nol y . Tinjau bahwa

$$\frac{1}{y} = \frac{6x+1}{x+6} = 6 - \frac{35}{x+6}.$$

Misalkan $z = x + 6$, didapat z merupakan bilangan bulat tak nol dan

$$\frac{1}{y} = 6 - \frac{35}{z} \Rightarrow \frac{1}{y} + \frac{35}{z} = 6 \Rightarrow (6z - 35)(6y - 1) = 35.$$

- Jika $6z - 35 = 35$ dan $6y - 1 = 1$, maka $y = \frac{1}{3}$, kontradiksi.
- Jika $6z - 35 = 1$ dan $6y - 1 = 35$, maka $z = y = 6$ sehingga $x = 0$.
- Jika $6z - 35 = 7$ dan $6y - 1 = 5$, maka $z = 7$ dan $y = 1$ sehingga $x = 1$.
- Jika $6z - 35 = 5$ dan $6y - 1 = 7$, maka $z = \frac{20}{3}$, kontradiksi.
- Jika $6z - 35 = -35$ dan $6y - 1 = -1$, maka $z = y = 0$, kontradiksi.
- Jika $6z - 35 = -1$ dan $6y - 1 = -35$, maka $z = \frac{17}{3}$ dan $y = -\frac{17}{3}$, kontradiksi.
- Jika $6z - 35 = -7$ dan $6y - 1 = -5$, maka $z = \frac{14}{3}$, kontradiksi.
- Jika $6z - 35 = -5$ dan $6y - 1 = -7$, maka $z = 5$ dan $y = -1$ sehingga $x = -1$.

Dengan demikian, banyaknya bilangan bulat x yang memenuhi adalah 4, yaitu $-6, 0, 1$, dan -1 .

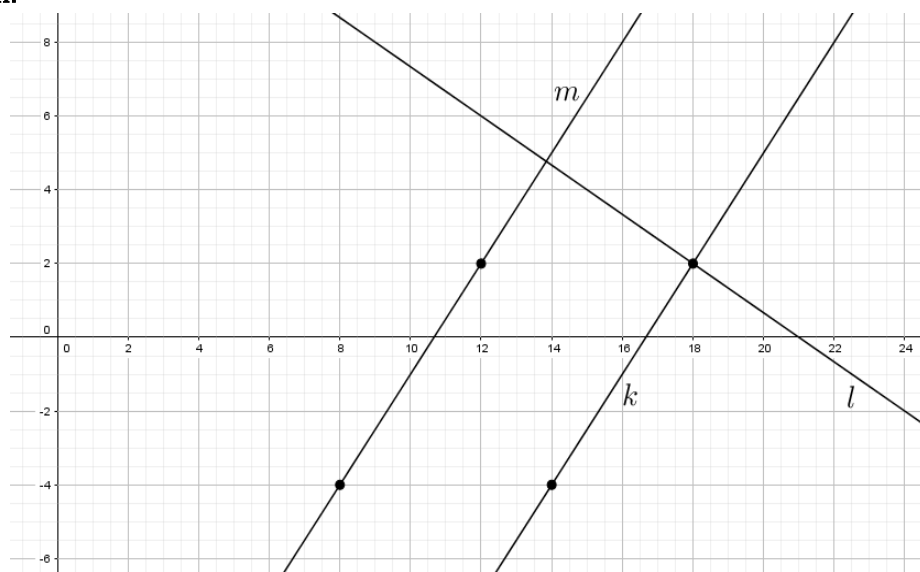
GARIS DAN SUDUT – SULIT

30. Diberikan garis $k: ax + by = c$, $l: 2x + 3y = 42$, dan $m: px + qy = r$. Diketahui garis k dan garis l berpotongan tegak lurus di $(18, 2)$. Jika garis k sejajar dengan garis m dan $c - r = 18$, maka nilai dari $p + q + r = \dots$

- A. 30
B. 32
C. 33
D. 36
E. 38

Kunci Jawaban: C

Pembahasan:





Misalkan g_s menyatakan gradien dari garis s . Perhatikan bahwa $g_l = -\frac{2}{3}$. Karena $k \perp l$, haruslah $g_k \cdot$

$g_l = -1 \Rightarrow g_k = \frac{3}{2}$. Akibatnya, persamaan garis k adalah

$$y - 2 = \frac{3}{2}(x - 18) \Rightarrow 2y - 4 = 3x - 54 \Rightarrow 3x - 2y = 50$$

sehingga $a = 3, b = -2$, dan $c = 50$. Karena $c - r = 18$, didapat $r = 32$. Karena garis k sejajar dengan garis m , haruslah $g_m = g_k = \frac{3}{2}$. Akibatnya, persamaan garis m adalah

$$3x - 2y = 32$$

sehingga $p = 3, q = -2$, dan $r = 32$. Dengan demikian,

$$p + q + r = 3 + (-2) + 32 = 33.$$

